# **CONSTRUCTION MECANIQUE**

19

Energétique : théorème de l'énergie cinétique

#### 1 - Préambule

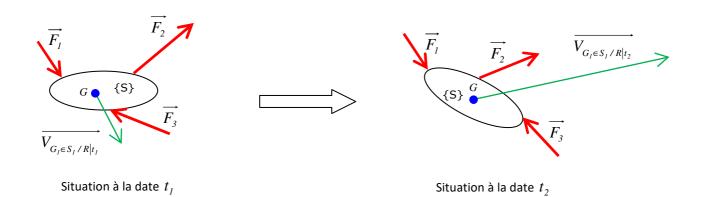
Résoudre un problème de mécanique nécessite de déterminer les équations qui régissent la dynamique du système étudié. Pour se faire, on dispose bien entendu du PFD et des relations cinématiques entre accélération, vitesse et position.

Une autre approche, équivalente, est possible par l'énergétique au travers du théorème de l'énergie cinétique (TEC) présenté ici.

## 2 - TEC pour un solide {S}

Soit un solide {S} soumis à un système d'efforts  $\{F_1\}$ ,  $\{F_2\}$ ,  $\{F_3\}$ , ...

Soit G le centre de gravité du solide,  $\overrightarrow{V_{G \in S/R|t_I}}$  la vitesse de son centre de gravité dans un repère galiléen à la date  $t_I$  et  $\overrightarrow{V_{G \in S/R|t_2}}$  celle à la date  $t_2$ .



On montre que pour un solide  $\{S\}$  en mouvement dans un repère galiléen  $R_g$ , la dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique de ce solide est égale à la puissance des efforts extérieurs :

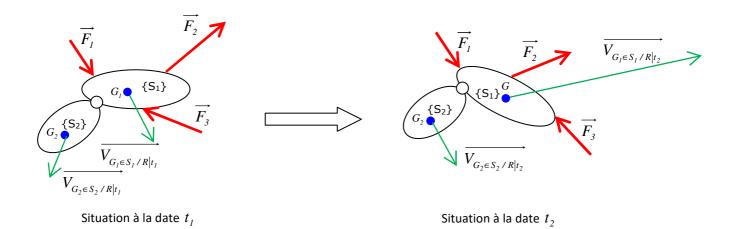
$$\frac{d}{dt}E_{CS/R} = \sum P_{extS/R}$$

En multipliant les membres de gauche et de droite par dt, on obtient une relation avec les travaux des efforts (et non plus leurs puissances) :

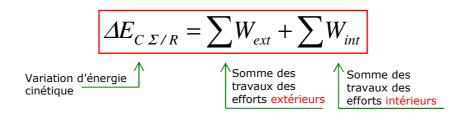
$$\Delta E_{C\,S/R} = \sum W_{ext}$$
 Variation d'énergie Somme des travaux des effort extérieurs

## 3 - TEC pour un système de solides {S}

Soit  $\{\Sigma\}$  un ensemble de i solides  $\{S_i\}$ .



On montre que dans ce cas, le TEC appliqué au système  $\{\Sigma\}$  donne :





Les efforts intérieurs, si il y en a, doivent donc être considérés. Ils peuvent résulter par exemple de forces de frottement dans les liaisons, d'efforts de ressort...

#### 4 - Méthode de mise en œuvre du TEC

- 1. Définir le système sur lequel on va appliquer le TEC.
- 2. Faire le bilan des actions mécaniques  $\{F_1\}$ ,  $\{F_2\}$ ,  $\{F_3\}$ , ... (extérieures <u>et intérieures</u>).



Pour un système de solides, les efforts intérieurs peuvent contribuer de façon non nulle. Ils doivent donc être pris en compte au même titre que les efforts extérieurs lors du bilan.

- 3. Exprimer le travail  $W_{FI}$ ,  $W_{F2}$ , ... de toutes les AM sur leur trajet respectif entre les instants  $t_I$  et  $t_2$ .
- 4. Sommer les travaux  $\sum W_i = W_{FI} + W_{F2} + ...$
- 5. Exprimer la variation d'énergie cinétique  $\Delta E_C = E_{C\ finale} E_{C\ initiale}$  .
- 6. Appliquer le théorème pour mettre en relation toutes les grandeurs.